*Κεφάλαιο 5ο*

Η Γνωσιολογία πριν τον Καντ (5.1)

Στην φιλοσοφία του Πλάτωνα, η γνώση είναι ανάμνηση και έμφυτη, δεν έρχεται από την εμπειρία, η οποία είναι η αφορμή για «λόγο», ο οποίος με τη σειρά του οδηγεί στην ανάμνηση της γνώσης.

Στον ορθολογισμό του Καρτέσιου, ο μόνος τρόπος να κατακτηθεί η γνώση είναι η λογική (και όχι από την εμπειρία), η οποία ξεκλειδώνει τους μηχανισμούς με τους οποίους λειτουργεί η φύση και μας οδηγεί στην αλήθεια.

Ο εμπειρισμός ισχυρίζεται ότι η λογική έχει πολύ λίγα πράγματα να προσφέρει σε αυτά που μπορούμε να καταγράψουμε από την εμπειρία, η οποία προσφέρει αξιοπιστία σε οποιαδήποτε μορφή γνώσης.

Ο Καντ (5.2)

Ακολουθεί τη μέση οδό μεταξύ του ορθολογισμού και του εμπειρισμού: η γνώση αποκτιέται μέσω της συνεργασίας της εμπειρίας και των a priori γνώσεων.

Η εμπειρία δεν μπορεί να απαντήσει σε ερωτήματα όπως «υπάρχει θεός;», «είναι η βούληση ελεύθερη;», «είναι η ψυχή αθάνατη;». Έτσι, καταλήγει στην Μεταφυσική, διακρίνοντας καθαρά τα όρια της από την επιστημονική γνώση και σώζοντας την βάση της χριστιανικής πίστης.

Υπάρχουν δύο περιορισμοί στην αντίληψη του κόσμου: ο περιορισμός ως προς την εμπειρία (τα αισθητήρια όργανα έχουν περιορισμένες δυνατότητες) και ως προς τις δομές του νου που δημιουργούν μια λογική εικόνα του κόσμου, η οποία όμως (εξαιτίας αυτών των περιορισμών) δεν είναι η πραγματική, είναι όμως αρκετά αξιόπιστη ώστε να επιβιώσουμε. Για να είναι μια πρόταση έγκυρη χρειάζεται να είναι ή αναλυτική, ή να είναι a priori γνωστή. Χαρακτηριστική φράση του: «εποπτείες χωρίς έννοιες είναι τυφλές και έννοιες χωρίς εποπτείες είναι κενές».

Τα Μαθηματικά Αμφισβητούν (5.3)

Σύμφωνα με τον Καντ, α μαθηματικά χωρίς εποπτεία δεν έχουν νόημα. Εδώ έρχονται να τον αμφισβητήσουν διάφοροι μαθηματικοί.

* Μπολτζάνο

Μέσω του Θεωρήματος του, αυστηροποίησε την έννοια της συνέχειας, απάλλαξε τις μαθηματικές αποδείξεις από ζητήματα χώρου και κίνησης και έπαιξε σημαντικό ρόλο στην υπόθεση της αυστηρής θεμελίωσης των αρχών του λογισμού.

* Κωσύ

Ξεκινώντας από τον ορισμό του ορίου, όρισε το απειροστό (μεταβλητός αριθμός με όριο 0) και όρισε το όριο με αριθμητικό τρόπο, χωρίς αναφορές σε γεωμετρικά σχήματα.

Οι μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες (5.4)

Η Ευκλείδεια γεωμετρία αποτελούταν από ορισμούς, αιτήματα και έννοιες που θεωρούνταν αυταπόδεικτες αλήθειες, εκτός από το 5ο αίτημα (από σημείο εκτός ευθείας και στο επίπεδο που ορίζουν, άγεται ακριβώς μία παράλληλη προς τη δεδομένη ευθεία), το οποίο δεν έμοιαζε αυτονόητο αλλά κανένας δεν αμφέβαλλε για την αξία του.

* Λομπατσέφσκι

Κάποιες ιδέες του για μη Ευκλείδεια Γεωμετρία αγνοήθηκαν αρχικά (όπως και άλλων ομοιών, πχ Μπολιέ) που αμφισβητούσαν το 5ο αίτημα. Τελικά, έγιναν δεκτές με σκεπτικισμό γιατί δεν είχαν ανάγκη την εποπτεία (μπορούσαν να πουν πράγματα μόνο με τη λογική). Οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες παρέμειναν παραμελημένες για αρκετά χρόνια ακόμη.

* Ρίμαν

Μαθητής του Γκάους (ο οποίος είχε εκφράσει ανησυχίες περί καθολικότητας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας) δημιούργησε την ελλειπτική γεωμετρία, στην οποία δεν ισχύει το 5ο αίτημα (όλα τα υπόλοιπα όμως ισχύουν), το οποίο αντικαθίσταται από το «από σημείο εκτός ευθείας, άγονται άπειρες παράλληλες ευθείες».

Η συνεισφορά του Ρίμαν λοιπόν έγκειται στο ότι έδειξε ότι τέτοιου είδους γεωμετρίες μπορούν να έχουν φυσική σημασία και πως αυτές οι γεωμετρίες δε χρειάζονται την καθαρή εποπτεία του Κάντ.

Η Θεμελίωση των Μαθηματικών (5.5)

* Βάιερστρας

Κυριολεκτικά αριθμητικοποίησε την Ανάλυση, απομακρύνοντας από αυτήν κάθε γεωμετρική ή κινηματική παρεμβολή. Αποσαφήνισε τον ορισμό της συνέχειας.

* Ντέντεκιντ

Έστησε μια αυστηρότερη θεωρία για τους άρρητους αριθμούς και τους όρισε ικανοποιητικότερα με τις τομές Ντέντεκιντ (κάθε ρητός αριθμός «α» επιβάλει έναν διαχωρισμό του συνολικού χώρου των ρητών σε δύο κατηγορίες).

* Κάντορ

Δημιούργησε τη θεωρία των συνόλων, προκειμένου να εξηγήσει το άπειρο και τις αντινομίες που οδηγεί (παράδοξα Ζήνωνα), ξεκινώντας με την απορία: «τι σημαίνει πως δύο πεπερασμένα σύνολα είναι αριθμήσιμα;».

* Φρέγκε

«Λογικισμός» είναι η φιλοσοφική σχολή η οποία προσπάθησε να θεμελιώσει τα μαθηματικά ως κλάδο της λογικής, οπαδός της οποίας ήταν ο Φρέγκε. Για αυτόν, οι αριθμητικές προτάσεις μπορούν να συναχθούν αποκλειστικά από λογικές αρχές. Απορρίπτει την Αριστοτελική λογική (υποκείμενο – κατηγόρημα).

* Χίμπλερτ

Δημιουργία του «Φορμαλισμού των όρων» (τα μαθηματικά ασχολούνται με το εάν προτάσεις αποτελούμενες από μαθηματικές οντότητες είναι αληθείς ή ψευδείς) και του «Φορμαλισμού των παιγνίων» (τα μαθηματικά είναι σαν ένα παιγνίδι που παίζεται με γλωσσικούς χαρακτήρες, τους αριθμούς). Δέχτηκε σκληρό χτύπημα από τα θεωρήματα της μη πληρότητας του Γκέντελ.

* Μπρούερ

Υποστηρικτής του Ιντουϊσιονισμού (intuition, εμπειρική εποπτεία). Τα μαθηματικά εξαρτώνται από τον νου και αφορούν μια νοητική δραστηριότητα και όχι κάποιον ιδεατό κόσμο. Επιπλέον, σε αντίθεση με άλλες σχολές, δεν επιχείρησε να στηρίξει τα μαθηματικά πάνω σε μια γλώσσα. Τα μαθηματικά του είναι πολύ περιορισμένα και πολύπλοκα.